

Segundo contacto.

Y aquí seguimos con nuestra propuesta de aprovecharnos de los problemas para poder investigar, explorar, experimentar, cuestionar, argumentar y realizar otras muchas acciones que enriquecen por un lado nuestro entendimiento de las cosas, mientras que por el otro nos ponen en la obligación de elaborar justificaciones que sean adecuadas para cada nueva situación enfrentada.

Esperamos que los problemas que les proponemos se les presenten como desafíos a superar y que los motiven a escudriñar en los distintos vericuetos de la Matemática. Entre los objetivos que perseguimos al diseñar estas actividades es que los alumnos asuman una actitud positiva al tener que enfrentar las dificultades que lleva implícita la resolución de problemas, que no se den por vencidos frente a los primeros resultados erróneos, y que sigan buscando las respuestas que consideren más abarcadoras.

Todo aprendizaje de nuevos contenidos representa un desafío a superar, pero hacerlo con situaciones motivadoras y en las que se pueden plasmar acciones novedosas y originales tiene el doble mérito de mostrar la tarea cumplida y de transitar en el campo de los pensadores reflexivos.

Ahora, unos problemas:

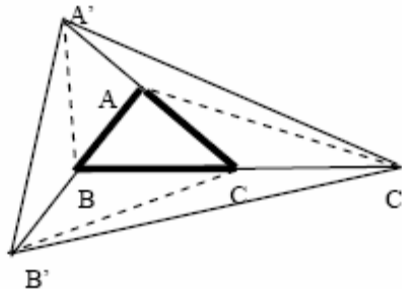
1) Sean las funciones $f(x) = x^4 - 5x^2$ y $g(x) = 3x^2 - 15$. ¿Cuál es el subconjunto de números reales que satisfacen la condición: $f(x) \leq g(x)$? (Tomado en la Olimpiada 2009)

2) Silvia debe descomponer el número 46 en la suma de dos números naturales, de tal manera que si uno se divide por 7 y el otro por 3, la suma de los cocientes es 10. ¿Cuál será esa descomposición? ¿Y si la suma de los cocientes fuese 14?

Como Silvia resolvió bien el problema, su profesora se lo complicó un poco más: ahora la descomposición de 46 es entre tres números naturales, cuyas sumas de los respectivos cocientes que se obtienen al dividir por 7, 3 y 2 es igual a 17. ¿Cómo lo resolverá? ¿Tendrá solución única?

3) Dado el triángulo ABC, se propone realizar las siguientes construcciones: prolongar el lado AB a partir de B en un segmento de la misma medida que AB, al extremo de ese segmento lo vamos a llamar B', prolongar el lado BC a partir de C en un segmento de la misma medida que BC, al extremo de ese segmento lo vamos a llamar C' y por último prolongar el lado CA a partir de A

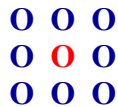
en un segmento de la misma medida que CA, al extremo de ese segmento lo vamos a llamar A' (la construcción se muestra en la figura siguiente)



Se pide comparar las áreas de los triángulos AB'C, BC'A y CA'B con el área del triángulo ABC. ¿Cuál es la razón entre área de los triángulos A'B'C' y ABC?

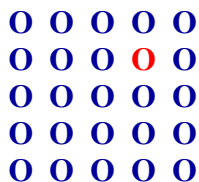
4) Un avión vuela a velocidad de crucero (900 km/h) hacia el noreste, describiendo un ángulo de 52° con respecto a la dirección este. El viento está soplando a 30 km/h en la dirección noroeste, según un ángulo de 20° con la dirección norte. ¿Cuál es la "velocidad real" del avión y cuál es el ángulo que se forma entre la "ruta real" del avión y la dirección este?

5) En un tablero se dibujan 9 círculos como se indica en el dibujo



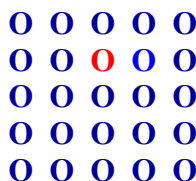
Mostrar que es posible unir los 9 círculos partiendo del que está pintado de rojo pasando de uno a otro horizontal o verticalmente.

Ahora, un poco más complicado, tenemos 25 círculos, y la misma consigna:



Mostrar que existe más de un camino.

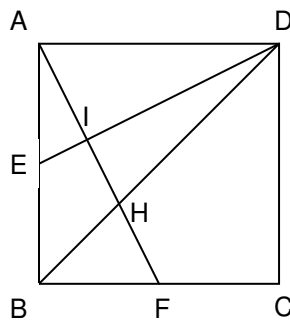
Analizar si es posible hacer el recorrido de todos los círculos, partiendo del que está pintado de rojo:



6) ¿Cuál será la probabilidad de que al extraer dos cartas de una baraja española, las dos sean de copas? ¿Y de que no sean figuras?

7) ¿Qué valor deberá tomar x para verificar la siguiente ecuación $4^x + 5 \cdot 2^{-x} = 6$?

8) En el cuadrado ABCD la longitud de la diagonal es de $12\sqrt{2}$ cm. E es el punto medio del lado AB, F es el punto medio del lado BC, I es el punto de intersección entre los segmentos ED y AF, y H el punto de intersección entre los segmentos AF y DB. Se pide hallar el área del cuadrilátero BEIH.



9) Probar que el número de seis dígitos 2BC2BC es múltiplo de 7, de 11 y de 13.

10) Miguel y Norma se están preparando para la próxima maratón y para entrenarse todos los sábados dan vueltas alrededor de la plaza del barrio. La rutina es la siguiente: salen simultáneamente del mismo lugar y bordean la plaza, en sentido opuesto, durante una hora. Miguel tarda en recorrerla 2 minutos y Norma, que es un poco más perezosa, emplea 3 minutos. ¿Cuántas veces se habrán cruzado durante la hora de entrenamiento?

11) Completar la siguiente tabla sabiendo que los elementos de las filas, columnas y diagonales suman el mismo número.

		5
	8	
		9

12) Acaban de colocar una antena de 7 metros en lo alto de un edificio. Al extremo superior de la antena lo veo bajo un ángulo de 85° , mientras que a su base la veo bajo un ángulo de 80° . ¿Cuál es la altura del edificio, y a qué distancia de él me encuentro? Suponiendo que me puedo alejar del edificio caminando en línea recta, y siempre es visible para mí ¿A qué distancia del edificio veré el extremo superior de la antena bajo un ángulo de 15° ?

Respuestas:

1) Rta: $[-\sqrt{5}; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; \sqrt{5}]$

2) Primera parte: 28 y 18; 7 y 39; segunda parte: 14, 6 y 26; 7, 21 y 18

3) Los tres triángulos tienen el doble del área del ABC, la razón entre el área de A'B'C' y ABC es igual a 7.

4) La velocidad es de (aproximadamente) 916,74km/h y forma un ángulo de (aproximadamente) $53^\circ 36' 56''$

5) En los dos primeros casos es posible, mientras que en el tercer no es posible hacer el recorrido.

6) $3/52$ y $63/130$

7) Rta: $x_1 = 0$ y $x_2 = \log_2 \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$

8) Rta: $16,8 \text{ cm}^2$

10) 50 veces

11)

7	12	5
6	8	10
11	4	9

12) La altura del edificio 6,88m, la primera distancia es de 1,21m, la segunda distancia es de 51,80m (Todos los valores son aproximados)