

Primer contacto.

Estos envíos periódicos de problemas que nos proponemos compartir con Ustedes, tienen como propósito el poder establecer una relación fluida con quienes ya han participado de estas Olimpíadas y con aquellos que se suman este año.

Resolver problemas no es tarea sencilla, pero aún parecen más difíciles si son problemas matemáticos. Pero, como ya hemos adelantado en comunicaciones anteriores, quienes estamos a cargo de esta tarea creemos firmemente que todo desafío es una excelente oportunidad para poner en juego las estrategias que hemos aprendido en la escuela y en la vida, y darle una plena significatividad a los contenidos matemáticos que muchas veces pasan desapercibidos en un cúmulo de cosas que aprendimos.

En esta oportunidad quisiéramos reforzar la necesidad de la utilización del libro de texto como un recurso valiosísimo a la hora de obtener información adecuada, y darle el mejor sentido posible a las formas escritas y orales de la comunicación.

Ahora, algunos problemas:

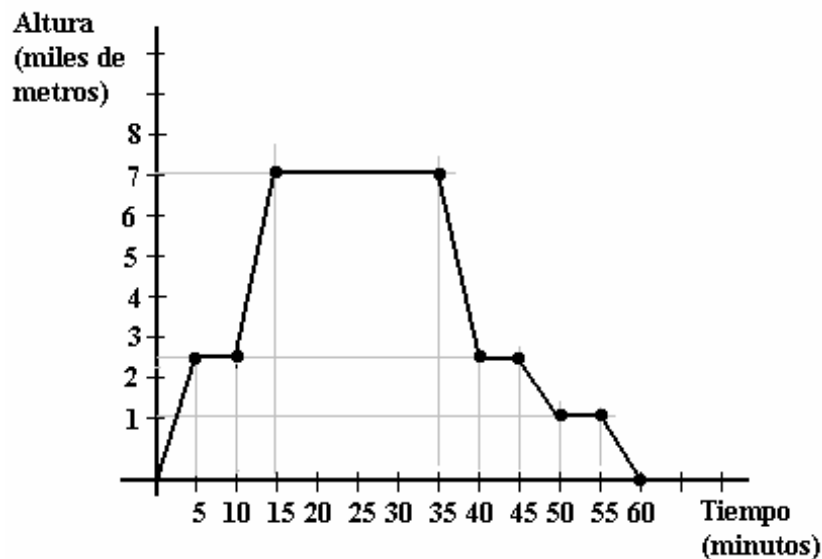
1) ¿Cuál es el menor número natural por el que deberíamos multiplicar a 104648544 para obtener un cuadrado perfecto? ¿Y para que sea un cubo perfecto? (Tomado en el examen de la Olimpíada 2009)

2) Calcular la superficie total de un tetraedro regular de 6cm de arista. ¿En qué proporción habría que aumentar dicha arista para que la superficie total sea de 105cm²?

3) En una caja de fósforos quedan solamente 179 fósforos de 3,5cm de longitud, cada uno. Con ellos queremos construir un cuadrado que tenga el mayor perímetro posible.

La mesa del living es circular y mide 1,55 metros de diámetro, ¿se podrá armar el cuadrado en ella?

4) El siguiente gráfico muestra la altura de un avión en vuelo en función del tiempo transcurrido desde su partida; la misma ocurrió a las 7 horas 40 minutos desde el aeropuerto de Córdoba con destino a la ciudad de Buenos Aires.



- Según el gráfico, ¿qué altura tenía el avión a las 8 de la mañana?
- Teniendo en cuenta la hora de su partida, ¿durante qué intervalos de tiempo el avión voló a una altura constante?
- Encontrar la función que permite relacionar la altura, en metros, alcanzada por el avión en relación al tiempo, en minutos, transcurridos desde su partida.

5) La velocidad promedio (expresada en metros por segundo) que alcanza cierto atleta en una carrera de 200m viene dada por la expresión:
 $v(x) = -0,00055x^2 + 0,165x$, en donde x indica el espacio recorrido. Determinar en qué parte del recorrido alcanza la velocidad máxima y qué valor tiene esta.
 ¿Cuánto tiempo le insume llegar a la meta?

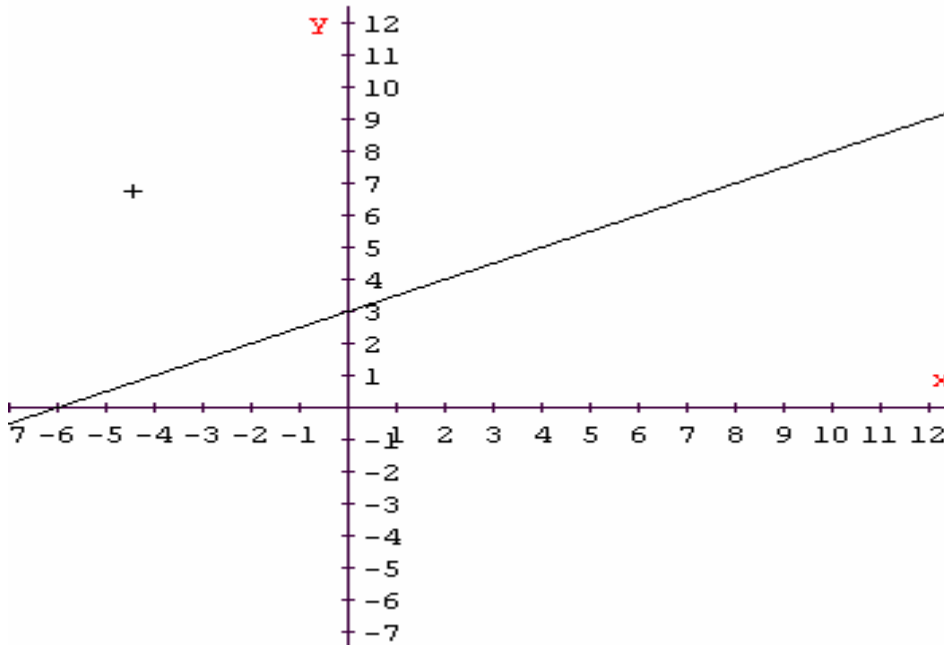
- ¿Cuántos números naturales comprendidos entre 5000 y 6000 tienen:
 - todas sus cifras distintas?
 - alguna de sus cifra repetida?

7) Hallar el valor de x que satisface la siguiente ecuación: $\sqrt{\sqrt{x+4} - \sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$

8) La recta A tiene por ecuación: $-\frac{-x+y}{2} - (y+x) - 3 = 0$. La recta B es perpendicular a la recta A y su gráfica pasa por el punto (2;-6).

- Determinar las coordenadas del punto en común entre las rectas A y B.

b) Indicar si la recta C graficada a continuación tiene la misma raíz que alguna de las rectas dadas.

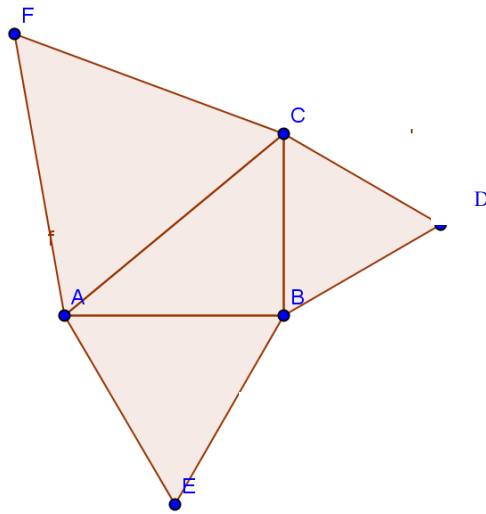


d) Determinar la amplitud del ángulo que forma la recta C con el semieje negativo de las abscisas.

9) La probabilidad de que Silvia sea elegida en las elecciones del centro de estudiantes es 0,5, mientras que la probabilidad de Norma es 0,2. La probabilidad de que sean elegidas ambas es 0,1. ¿Cuál es la probabilidad de que alguna de las dos sea elegida? ¿Y de que sea elegida Norma, pero no Silvia?

10) Se sabe que 6 tornillos y 2 clavos pesan lo mismo que 20 arandelas. Por otro lado 2 tornillos y 12 arandelas pesan lo mismo que 2 clavos. ¿Cuántas arandelas pesan lo mismo que 1 clavo? (se considera que todos los clavos son iguales y que todas las arandelas y tornillos, también lo son).

11) Dado un triángulo rectángulo ABC se construyen triángulos equiláteros cuyos lados tienen medidas iguales a los catetos e hipotenusa del ABC, respectivamente. Demostrar que la suma de las áreas de los dos triángulos equiláteros cuyos lados son iguales a los catetos es igual al área del triángulo equilátero cuyo lado tiene una medida igual a la hipotenusa del triángulo ABC, es decir: $\text{Área ACF} = \text{Área ABE} + \text{Área BCD}$ (como se muestra en la figura).



¿Vale la misma afirmación si se construyen hexágonos regulares, a partir de los catetos e hipotenusa del triángulo rectángulo?

12) Sabiendo que $x > y > 0$ y que $x^2 + y^2 = 9xy$, hallar el valor numérico de $\frac{x-y}{x+y}$

Respuestas:

1) 6006 y 16562

2) (aproximadamente) $62,35\text{cm}^2$, habría que multiplicar a las aristas por 1,3 (aproximadamente).

3) No, porque el lado del cuadrado sería de 1,54m y el diámetro de la mesa 1,55m.

4) a) 7000 metros; b) de 7:45 a 7:50; de 7:55 a 8:15; 8:20 a 8:25 y 8:30 a 8:35. Considerando a x como la variable tiempo, expresada en minutos la función pedida es:

$$c) \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2}x & \text{si } 0 \leq x < 5 \\ 2,5 & \text{si } 5 \leq x < 10 \\ 0,9x - 6,5 & \text{si } 10 \leq x < 15 \\ 7 & \text{si } 15 \leq x < 35 \\ -0,9x + 38,5 & \text{si } 35 \leq x < 40 \\ 2,5 & \text{si } 40 \leq x < 45 \\ -0,3x + 16 & \text{si } 45 \leq x < 50 \\ 1 & \text{si } 50 \leq x < 55 \\ -0,2x + 12 & \text{si } 55 \leq x < 60 \end{array} \right.$$

5) alcanza la máxima velocidad a los 150m y es de 12,375m/seg. Recorre los 200m en, aproximadamente, 18,18 segundos.

6) a) 504, b) 495

7) $4/3$

8) a) (3;-3); b) la recta C tiene la misma raíz que la recta A; c) Aprox. $153^{\circ} 26' 6''$

9) 0,6 y 0,1

10) 7 arandelas

11) Vale la misma consideración para cualquier polígono regular.

12) Rta: $\sqrt{\frac{7}{11}}$