

Tercer contacto para el Nivel II

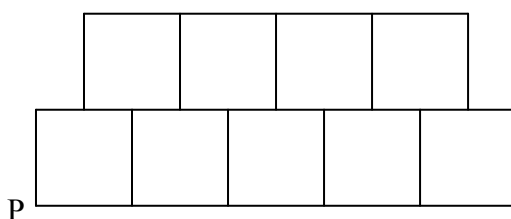
El trabajo del científico no tiene descanso, siempre está buscando obtener alguna respuesta para las situaciones que debe enfrentar. Pero esa no es una tarea sencilla, encontrar los caminos más adecuados exige, la mayoría de las veces, armarse de paciencia y ser perseverante. La Historia de las Ciencias, en general, nos da pruebas concretas de esta circunstancia. No fueron pocos los científicos que lucharon años y años contra la adversidad, o la pobreza de su propio conocimiento, para poder lograr algún descubrimiento en beneficio de la humanidad. Por eso es importante no desesperarse cuando los problemas no se pueden resolver de manera inmediata, es más, habría que tomar a esas situaciones desafiantes como la motivación principal para seguir adelante, y luego disfrutar del placer de ver la tarea realizada, o al menos valorar cuántas cosas nuevas aprendimos intentando resolver el problema.

Claro, todo sería más sencillo si simplemente enunciáramos las respuestas y no debiéramos comprobarlas. Pero sabemos que una de las reglas más importantes de la construcción del conocimiento científico, es verificar la pertinencia de los resultados hallados. En algunas oportunidades, parecería que fuera una actividad innecesaria, pero no sería la primera vez que una respuesta que tiene toda la apariencia de ser "la respuesta" correcta, termina siendo una ilusión pasajera, que no resiste los cuestionamientos que se le realizan desde el campo de la teoría científica.

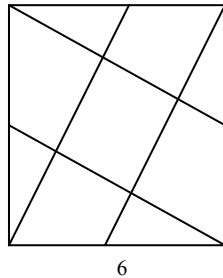
También queremos resaltar la posibilidad de que un mismo problema se pueda abordar desde perspectivas distintas y encontrar caminos alternativos para obtener las soluciones deseadas. En esta circunstancia resulta imprescindible comunicar las estrategias utilizadas y compartir entre todos los caminos que se eligieron para afrontar el desafío que representa resolver problemas.

Ahora, pasamos a los problemas:

1) Considere la región formada por 9 cuadrados iguales como indica la figura. Divida la región en 3 partes de igual área mediante dos rectas que pasen por el punto P. Los lados de los cuadrados superiores apoyan en los puntos medios de los lados de los cuadrados inferiores (Tomado en la Olimpiada 2008)



2) En la figura se muestra un cuadrado cuyos lados miden 6 unidades de longitud, y se han trazado segmentos cuyos extremos son los vértices del cuadrado y los puntos medios de los lados del cuadrado como se indica en la figura. Calcular el área del paralelogramo que esos segmentos determinan.



3) Un estudio reciente sobre medio ambiente revela que el número de partículas contaminadas por metro cúbico de aire viene dada por la fórmula

$$N(t) = \frac{5000}{1 + 249 \cdot e^{-0.1t}},$$

en donde t indica el tiempo medido en semanas.

Suponiendo que no se aplique ninguna medida correctiva, se quiere saber: a) ¿cuántas partículas contaminantes hay en el momento inicial de la medición? ¿Y a las 2, 4 y 11 semanas?, b) Suponiendo que el máximo admisible de partículas por metro cúbico para personas con problemas respiratorios es de 2000 ¿al cabo de cuánto tiempo se presentarán problemas de salud en la población?

4) Dados los números reales a , b y c , tales que $a \neq b$. Demostrar que si las ecuaciones $x^2 + ax + bc = 0$ y $x^2 + bx + ac = 0$ tienen una raíz en común, entonces las otras raíces resuelven la ecuación $x^2 + cx + ab = 0$.

5) Un grupo de compañeros de escuela fueron a una pizzería a festejar el fin de las clases. El grupo estaba formado por varones y mujeres. En esa pizzería sólo se sirven pizzas cortadas en 12 porciones. Cada varón comió entre 6 y 7 porciones, mientras que las chicas entre 2 y 3 porciones. Se sabe, además que 4 pizzas no alcanzaron, pero con 5 hubo de sobra. Se pide determinar el número varones y mujeres que conformaban el grupo.

6) Después de la reunión del departamento de Matemática, se decidió que la cursada de las materias se aprobará superando uno de los dos parciales. Usando este criterio aprueba el 80% de los alumnos. Si se sabe que el primer parcial lo supera el 60% y el segundo el 50% de los alumnos ¿cuál hubiese sido el porcentaje de aprobados si se pidiera la aprobación de los dos parciales?

7) El entrenador de un equipo de básquet duda entre seleccionar a Marcelo o a Andrés para jugar el próximo partido. La siguiente tabla muestra el registro de los puntos conseguidos por cada uno de ellos en los partidos de entrenamiento.

Marcelo	18	23	22	24	19	25	16
Andrés	18	23	18	28	24	18	18

a) ¿Cuál de los dos tiene mejor promedio?, b) el entrenador tomará la decisión viendo quién de los dos muestra una menor dispersión en la obtención de los puntos ¿a quién elegirá?

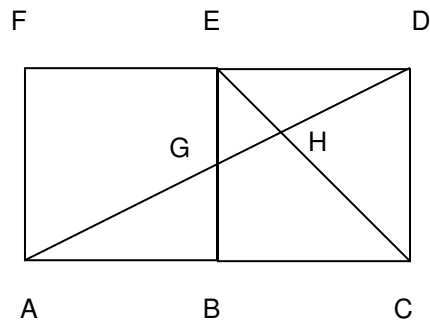
8) Hallar el área que determina el triángulo ABC, sabiendo que las coordenadas de sus vértices son $A = (1,-4)$, $B = (3,2)$ y $C = (-2,0)$.

9) Al comenzar las clases de primer año de Álgebra la cantidad de alumnos inscriptos en la comisión A superaba en 9 a la quinta parte de los alumnos inscriptos en la comisión B. Cuando en la comisión A abandonaron 8 alumnos y en la comisión B abandonaron 7, resulta que haciendo cuentas se llega a la conclusión de han abandonado el 20% del total de alumnos inscriptos en la materia. ¿Cuántos alumnos se inscribieron en cada comisión de Álgebra al comenzar las clases?

10) Un golfista novato necesita tres golpes para hacer un hoyo. Los desplazamientos sucesivos son: 4m hacia el norte, 2m al noreste y 1m hacia el sudeste. ¿Cuántos metros ha recorrido desde el inicio? Si un golfista experto empezara en el mismo punto inicial, ¿cuál sería el desplazamiento más sencillo que necesita para hacer el hoyo? ¿Cuántos metros recorrería?

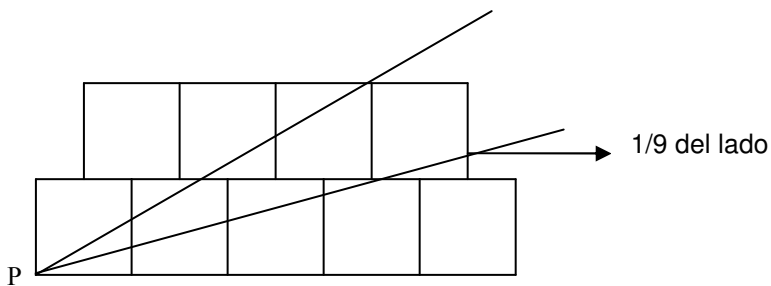
11) Sea $p(x)$ un polinomio de coeficientes enteros, y a y b dos números enteros tales que $a \neq b$. Demostrar que $p(b) - p(a)$ es divisible por $b - a$.

12) En la figura siguiente se tienen dos cuadrados: ABEF y BCDE. Se sabe que la medida del segmento GH es igual a 4, se pide calcular la medida del segmento HD.



Respuestas:

1)



2) 7,2 unidades de área.

3) a) 20 partículas, entre 24 o25 partículas, 30 partículas (aproximadamente), 60 partículas (aproximadamente); b) un poco más de 51 semanas.

5) 8 varones y 1 mujer.

6) 30%

7) a) tienen el mismo promedio 21; b) elegirá a Marcelo porque los puntos conseguidos tienen un menor desvío estándar (3,12 aprox. contra 3,74 de Andrés).

8) 13

9) se inscribieron 20 en la comisión A y 55 en la comisión B

10) Rta: recorre 7 metros, en línea recta llegando al punto de coordenadas $\left(3\frac{\sqrt{2}}{2}; 4 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y recorrería aproximadamente 5,16m

12) 8