

Viajemos imaginariamente a un sistema planetario de 5 planetas A, B, C, D, E, que se encuentran habitados y comercializan ente ellos.

Los planetas B, C, D, E, a pesar de tener su propia moneda rigen su comercio con la moneda del poderoso planeta A, que tiene la capacidad de invadir militarmente a los otros planetas y destruir sus economías reduciéndolos a exportadores de materia prima.

La invasión por parte del planeta A se produce cuando alguno de los otros planetas llega a tener exactamente una reserva de 120 billones de la moneda A.

A raíz de esta situación fue invadido el planeta B en el tercer período, el planeta C en el cuarto período y el planeta D en el quinto período.

El crecimiento económico avanza aritméticamente por período para los planetas B, C, D y E con valores constantes, x, y, z, t respectivamente.

Si el crecimiento económico del planeta D es el doble del crecimiento económico del planeta E, ¿en qué período será invadido el planeta E?

Calcular además, si es posible, las reservas de los planetas B, C, D y E (R_b, R_c, R_d, R_e) y las constantes de crecimiento (x, y, z, t).

Ver cuadro:

Planeta	Periodo										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	R_b	$R_b + x$	$R_b + 2x$	$R_b + 3x$							
C	R_c	$R_c + y$	$R_c + 2y$	$R_c + 3y$	$R_c + 4y$						
D	R_d	$R_d + z$	$R_d + 2z$	$R_d + 3z$	$R_d + 4z$	$R_d + 5z$					
E	R_e	$R_e + t$	$R_e + 2t$	$R_e + 3t$	$R_e + 4t$	$R_e + 5t$					
Total Reservas	310	348	386	424	330	225					

Solución 1

El planeta D es invadido en el periodo 5 y como el crecimiento del planeta D es el doble del planeta E, entonces el planeta E es invadido en el periodo 10.

Por lo tanto $Re + 10t = 120$ como en el quinto periodo según el cuadro

$Rd + 5z$
$Re + 5t$
225

Al ser invadido el planeta D en ese periodo $Rd + 5z = 120$

Por lo tanto $Re + 5t = 105$

Tenemos que $\begin{cases} Re + 10t = 120 \\ Re + 5t = 105 \end{cases}$

Si restamos ambas ecuaciones

$$\begin{array}{r} - \begin{cases} Re + 10t = 120 \\ Re + 5t = 105 \end{cases} \\ \hline 5t = 15 \quad \Rightarrow t = 3 \end{array}$$

Por lo tanto $Re = 90$

Si el crecimiento del planeta D es el doble del planeta E, entonces $z = 6$

Como $Rd + 5z = 120$ entonces $Rd = 90$

Con estos valores y los datos del cuadro podemos seguir calculando las otras incógnitas.

Solución 2

Si tomamos el periodo 4 y 5

4	5
$Rc + 4y$	
$Rd + 4z$	$Rd + 5z$
$Re + 4t$	$Re + 5t$
330	225

$$\begin{cases} Rc + 4y + Rd + 4z + Re + 4t = 330 \\ Rd + 5z + Re + 5t = 225 \end{cases}$$

Si restamos al periodo 4 el periodo 5

$$\begin{array}{r} - \begin{cases} Rc + 4y + Rd + 4z + Re + 4t = 330 \\ Rd + 5z + Re + 5t = 225 \end{cases} \\ \hline Rc + 4y \quad - z \quad - t = 105 \end{array}$$

Como el planeta C es invadido en el cuarto periodo $Rc + 4y = 120$

$$120 - z - t = 105$$

$$15 = z + t$$

Como el crecimiento económico del planeta D es el doble del crecimiento económico del planeta E, $z = 2t$

$$15 = 2t + t$$

$$15 = 3t$$

$$t = 5 \Rightarrow z = 10$$

Como el planeta D es invadido en el quinto periodo $Rd + 5z = 120$

$$Rd + 5 \cdot 10 = 120$$

$$Rd = 70$$

Del cuadro en el quinto periodo $Rd + 5z + Re + 5t = 225$

$$120 + Re + 5 \cdot 5 = 225$$

$$Re = 225 - 120 - 25 \Rightarrow Re = 80$$

Para saber en qué periodo será invadido el planeta E, hacemos:

$$Re + n \cdot t = 120$$

$$80 + n \cdot 5 = 120 \Rightarrow n = \frac{120 - 80}{5} \Rightarrow n = 8$$

El planeta E será invadido en el octavo periodo.

Con estos valores y los datos del cuadro podemos seguir calculando las otras incógnitas.

Solución 3

Si tomamos el periodo 4 y 5

4	5
$Rc + 4y$	
$Rd + 4z$	$Rd + 5z$
$Re + 4t$	$Re + 5t$
330	225

$$\begin{cases} Rc + 4y + Rd + 4z + Re + 4t = 330 \\ Rd + 5z + Re + 5t = 225 \end{cases}$$

Si restamos al periodo 4 el periodo 5

$$\begin{array}{r} - \begin{cases} Rc + 4y + Rd + 4z + Re + 4t = 330 \\ Rd + 5z + Re + 5t = 225 \end{cases} \\ \hline Rc + 4y \quad - z \quad - t = 105 \end{array}$$

Como el planeta C es invadido en el cuarto periodo $Rc + 4y = 120$

$$120 - z - t = 105$$

$$15 = z + t$$

Como el crecimiento económico del planeta D es el doble del crecimiento económico del planeta E, $2z = t$

$$15 = z + 2z$$

$$15 = 3z$$

$$z = 5 \Rightarrow t = 10$$

Como el planeta D es invadido en el quinto periodo $Rd + 5z = 120$

$$Rd + 5 \cdot 5 = 120$$

$$Rd = 95$$

Del cuadro en el quinto periodo $Rd + 5z + Re + 5t = 225$

$$120 + Re + 5 \cdot 10 = 225$$

$$Re = 225 - 120 - 50 \Rightarrow Re = 55$$

Para saber en qué periodo será invadido el planeta E, hacemos:

$$Re + n \cdot t = 120$$

$$55 + n \cdot 10 = 120 \Rightarrow n = \frac{120 - 55}{10} \Rightarrow n = 6,5$$

El planeta E será invadido después del periodo 6 o sea en el séptimo periodo. Con estos valores y los datos del cuadro podemos seguir calculando las otras incógnitas.