

## Segundo Nivel Segunda Comunicación

Esperamos que la convocatoria para resolver problemas sea una buena excusa para ponernos a trabajar y pensar a la Matemática desde una óptica diferente.

Es bien conocido que la vida nos exige tomar decisiones de forma casi continua. Esas decisiones algunas veces hay que tomarlas de manera más rápida y otras veces nos lleva bastante tiempo encontrar la respuesta que resulte más adecuada. Un buen aprendizaje, nos parece a nosotros, para poder abordar esas situaciones se podría dar a través de la resolución de problemas, ya que la Matemática nos permite modelizar, ensayar, probar y controlar posibles alternativas de solución. Así se mostrarían las ventajas que trae aparejada la utilización de los conceptos que provee la Matemática y la construcción de estrategias adecuadas para poder enfrentar los problemas y, luego, traducirlos a un lenguaje que resulte más aséptico y que, además, permita realizar revisiones y verificaciones.

Nuestro consejo frente a estas circunstancias apunta a tener muy presente la lectura a conciencia de los enunciados de los problemas, su correspondiente interpretación, la puesta en valor de lo que se sabe y de lo que no se sabe (en buena hora ponerse a investigar), la construcción de argumentaciones para ser sometidas a evaluación y la adopción de un lenguaje universal y posible de ser transmitido más allá de los conocimientos de los interlocutores.

Por supuesto que es muy importante que mientras se vayan planteando las distintas situaciones, también se vaya pensando en cuál es el lenguaje más adecuado que se debería utilizar para analizarlas y resolverlas. Para ello el libro de texto puede ser una herramienta muy eficaz, no siempre valorada, a ser tenida en cuenta y que debería ser usada y explotada hasta el máximo posible.

En estas actividades de búsqueda de soluciones tanto los grupos de trabajo como los profesores del curso van a ser actores irremplazables y sostenes, en especial, cuando las fuerzas empiezan a flaquear.

Por último, les recordamos a aquellos estudiantes que les gusta participar más en actividades grupales, además de la categoría examen individual, tenemos la categoría de trabajo colaborativo, que este año estará orientada a investigar sobre el azar y las estrategias en el contexto de los juegos y la categoría examen grupal que planteará el desafío de abordar problemas ya resueltos para abordar su análisis, valoración y evaluación.

Ahora planteamos unos problemas para practicar:

1) Un termómetro que funciona en forma defectuosa marca  $-2^{\circ}\text{C}$  al fundirse el hielo y  $+103^{\circ}\text{C}$  para el vapor del agua hirviendo.

Cuando la temperatura real es de  $+20^{\circ}\text{C}$  ¿Cuánto se registra en el termómetro?

Cuando la marca en el termómetro es  $+61^{\circ}\text{C}$  ¿Cuál es la temperatura real?

¿Hay algún valor de temperatura que marque el termómetro que coincida con el valor real? (Tomado en el examen de la Olimpiada 2023)

2) Las estrellas se clasifican en categorías de brillo llamadas magnitudes.

A las estrellas más débiles (con flujo luminoso  $F_0$ ) se les asigna la magnitud 6.

A las estrellas más brillantes se les asigna una magnitud conforme a la fórmula:

$m = 6 - 2,5 \log\left(\frac{F}{F_0}\right)$  en donde  $F$  es el flujo luminoso de la estrella.

a) ¿Cuál será la magnitud  $m$  si el flujo luminoso de la estrella es  $F = 10^{0,4} F_0$ ?

b) ¿Qué fórmula permite calcular el flujo luminoso  $F$  dependiendo de la magnitud  $m$  y del flujo luminoso  $F_0$ ?

c) ¿Qué luminosidad tendrá una estrella de primera magnitud?

3) La función de oferta  $p = 100 \cdot \log_3(2x+3)$  describe, con bastante precisión, el comportamiento de un fabricante ante los diferentes precios unitarios del producto que ofrece. La variable  $x$  representa la cantidad ofrecida del producto y  $p$  el precio unitario en pesos.

Si el precio del mercado puede variar entre \$400 y \$500, inclusive ¿entre qué valores varían las cantidades ofrecidas?

4) Dados los puntos  $A=(1;b)$  ,  $B=(2;-1)$  y  $C=(0;-2)$ .

a) Hallar los valores reales de  $b$ , de modo que la distancia entre  $A$  y  $B$  sea igual a la distancia entre  $B$  y  $C$

b) Los triángulos  $ABC$  determinados, ¿tienen el mismo perímetro?

c) Hallar la amplitud de los ángulos interiores de los triángulos hallados.

5) Dada la siguiente sucesión de números reales:  $(a_n) / a_n = \frac{1}{\sqrt{2^{n+1}}}$

a) Determinar si el término  $a_{23}$  es racional o irracional

b) Calcular, en forma exacta,  $a_1 + a_4 + a_{10}$

6) ¿Cuál de todos los puntos de la recta de ecuación  $y = -1/2 x + 4$  se encuentra más cerca del origen de coordenadas?

7) Dadas las funciones  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = \frac{1}{2}x + b$ ,  $h(x) = 2x + a$ , hallar los valores reales que deben tomar  $a$  y  $b$ , si se sabe que la relación,  $h(x) < f(x) < g(x)$ , se verifica en el intervalo  $(2;4)$

8) Martín colocó dentro de una botella monedas de \$2, \$5 y \$10, en total 40.

No se puede saber cuántas hay de cada valor porque la botella está pintada y no se ve hacia dentro, pero si invertimos la botella, como el tapón es transparente, podemos ver cuál es la moneda que queda junto al tapón.

Su hermanito, que quiere saber la cantidad de dinero que ahorró Martín, realiza la siguiente experiencia: durante varios días agita la botella, la invierte y anota la moneda que ve a través del tapón; el experimento lo realiza 1.500 veces. Obtiene los siguientes resultados:

$f(\text{moneda de } \$2) = 589$

$f(\text{moneda de } \$5) = 392$

$f(\text{moneda de } \$10) = 519$

Martín dice que tiene ahorrado \$222 y su hermano le dice que es imposible. ¿Se podrá estimar la cantidad de monedas, de cada valor, que hay en la botella? De ser posible, Martín ¿le habrá mentado a su hermano?

9) En el último examen de matemática, sólo el 60% de la clase respondió todas las preguntas. De aquellos que lo hicieron, el 85% aprobó, pero de aquellos que no respondieron todo, sólo aprobaron el 40%.

Si Miguel aprobó, ¿cuál es la probabilidad de que haya respondido todas las preguntas?

Gabriel no aprobó, ¿cuál es la probabilidad de que no haya respondido todas las preguntas?

10) ¿Qué número real satisface la ecuación  $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 992$ ?

11) Si se sabe que  $\log_{\sqrt{2}+1}(2x + \sqrt{2}) = 1$  ¿será un número real el valor de la expresión  $\log_2 \sqrt{2x + \frac{5}{4}} + \log_8 \sqrt[3]{\frac{5}{8} + x}$  ?

**Respuestas:**

1) 19°C; 60°C; 40°C

2) a) 5    b)  $F = 10^{(6-m)/2,5} \cdot F_0$     c)  $F = 100 F_0$ , cien veces más luminosa

3)  $39 \leq x \leq 120$

4) a)  $b = 1$ ;  $b = -3$ , b) no, los triángulos tienen perímetros diferentes, c) 90°, 45°, 45°; 36°52' 12", 71°33' 54", 71° 33' 54" (aproximadamente)

5) a) es racional    b)  $\frac{32 + 9\sqrt{2}}{64}$

6) (8/5; 16/5)

7)  $a = 3$ ,  $b = 11$

8) Sí, es posible estimar la cantidad de monedas (16, 10, 14, aproximadamente), Martín no le mintió a su hermano

9) a) 51/67, b) 8/11

10)  $x = 9$

11) Sí, tienes solución real es  $x = -4/3$