

Segunda Comunicación Segundo Nivel – Olimpiadas 2023

A esta altura del desarrollo de la ciencia y de la tecnología nadie podría negar que la resolución de problemas está estrechamente ligada con el espíritu creativo de los seres racionales. Capacidad que algunos autores definen como la habilidad de generar nuevas ideas y encontrar respuestas para cualquier tipo de problema o desafío. Todos los humanos nacen con un gran potencial de creatividad, algunos lo aprovechan al máximo, mientras que otros prefieren no hacerlo. A pesar de ello, la creatividad, como cualquier otra habilidad humana, puede desarrollarse a través de una práctica y un entrenamiento adecuados. *“(…) es la resistencia de la situación la que obliga al sujeto a acomodarse, a modificar o percibir los límites de sus conocimientos anteriores y a elaborar nuevas herramientas (idea de conflicto cognitivo). Habrá que tener esto en cuenta para la elección de las situaciones. En la misma perspectiva, se tiende a preferir la motivación propia de la actividad propuesta (dificultad que se desea salvar, franquear) a la motivación externa (necesidades de la vida corriente, observaciones) cuyo interés, sin embargo, no se debe descartar: el problema es entonces percibido como un desafío intelectual” (Parra y Saiz, 1997).*

Es de hacer notar que la resolución de problemas no es un asunto puramente intelectual, las emociones y el deseo de querer resolver un problema, también se manifiestan de una manera explícita, y movilizan tanto al que está involucrado en la tarea, como a su supervisor y como a quienes va la dirigida la respuesta. El desafío de poder abordar un problema, reconocer las partes que lo componen y comenzar a diseñar posibles respuestas entrañan un compromiso con la tarea que muchas veces no es fácil de reconocer ni de visualizar, pero la satisfacción de la tarea concluida fortifica y prepara para nuevos retos matemáticos. Como afirma Salvador Llinares, 2002, *“(…) consideramos la enseñanza de las matemáticas como una práctica que debe ser comprendida y desde la cual derivar los dominios de conocimiento y características del uso del conocimiento que ayuden al desarrollo de la competencia en la enseñanza de las matemáticas. (...)*

consideramos las acciones cognitivas de los estudiantes de “identificar” e “interpretar” la enseñanza de las matemáticas como articuladoras del proceso de aprender a dotar de sentido a los sucesos en el aula de matemáticas”.

Ahora les proponemos resolver algunos problemas:

1) Hallar todos los valores de x que anulan la función:

$$f(x) = \left| \left| \left| |x - 1| - 1 \right| - 1 \right| - 1 \right|$$

Solución:

Es decir, se piden los valores de x para los cuales

$$\left| \left| \left| |x - 1| - 1 \right| - 1 \right| - 1 \right| = 0$$

Por lo tanto:

$$\text{a) } \left| |x - 1| - 1 \right| - 1 = 1 \quad \vee \quad \text{b) } \left| |x - 1| - 1 \right| - 1 = -1$$

$$\text{Desarrollando a) } \left| |x - 1| - 1 \right| - 1 = 1$$

$$\left| |x - 1| - 1 \right| = 2$$

$$|x - 1| - 1 = 2 \quad \vee \quad |x - 1| - 1 = -2$$

$$|x - 1| = 3 \quad \vee \quad |x - 1| = -1$$

se descarta porque el módulo no puede ser negativo

$$\begin{array}{l} x - 1 = 3 \quad \vee \quad x - 1 = -3 \\ x = 4 \quad \vee \quad x = -2 \end{array} \quad (1)$$

$$\text{Desarrollando b) } \left| |x - 1| - 1 \right| - 1 = -1$$

$$\left| |x - 1| - 1 \right| = 0$$

$$|x - 1| - 1 = 0$$

$$|x - 1| = 1$$

$$\begin{array}{l} x - 1 = 1 \quad \vee \quad x - 1 = -1 \\ x = 2 \quad \vee \quad x = 0 \end{array} \quad (2)$$

De (1) y (2) obtenemos la respuesta

Rta: $\{-2 ; 0 ; 2 ; 4\}$

(Problema tomado en las Olimpiadas 2022)

2) ¿Qué relación se debería dar entre los números a y b para que se verifique la siguiente igualdad? $\log(1-a)^2 - \log(1-b)^2 = 0$

3) Como sabemos, si un objeto que está a una temperatura dada se saca a la intemperie, el objeto se calienta si la temperatura ambiente es mayor y se enfría en el caso contrario.

La ley del enfriamiento de Newton, que explica el cambio de temperatura del cuerpo es: $T = Q + Ce^{kt}$, donde, t se mide en minutos, T es la temperatura del objeto después de un tiempo, Q es la temperatura a la intemperie (ambos en °C) y C y k son constantes que dependen de las características del objeto y de su temperatura inicial.

Si para una taza de café $C = 80^\circ$ y $k = -0,069315$, ¿cuánto tiempo habrá que esperar para que el café esté a 60° C si la temperatura ambiente es de 20° C?

4) Ariel olvidó la clave de acceso a su computadora; sabe que está formada por dos letras mayúsculas distintas, seguidas de cinco dígitos también distintos.

Su hermano, que es muy chistoso, le dice: es fácil, si tenés en cuenta las 27 letras del abecedario, solamente tendrías que probar con 19.656.000 posibles claves. ¿Será verdad o sólo le hizo una broma a Ariel?

5) ¿Existe un número de tres cifras de la forma **1ab**, que supere en 152 unidades al producto de sus tres cifras? En caso afirmativo, ¿cuál o cuáles son?

6) Siendo $f(x) = \frac{3}{x-3}$ y $g(x) = \frac{2}{x+3}$, ¿cuáles serán los valores reales que satisfacen la relación: $f(x) < -2 + g(x)$?

7) Hallen los valores reales m y t , para que la función $f(x) = \frac{m x^2}{2x^2+t}$ tenga como dominio el conjunto $\mathbb{R} - \{1, -1\}$ y que su gráfica pase por el punto $(-2; 4/3)$. Luego, teniendo en cuenta los valores hallados, a) indicar el conjunto de ceros de la función b) encontrar la fórmula de una función lineal $g(x)$ que tenga el mismo conjunto de ceros y que pase también por $(-2; 4/3)$.

8) El Dr. Bermúdez es el médico del hospital de niños, y observó que, entre sus 100 pacientes, un número importante de niños tenían caries (¿habrán comido muchos caramelos?).

Le solicitó ayuda al odontólogo y éste le alcanzó la información solicitada, pero mediante la siguiente tabla incompleta:

Número de caries	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	20	
1	25	
2		
3	16	
4		0,05

El Dr. Bermúdez no supo qué hacer con esta información, ¿podrás ayudarlo a determinar el número promedio de caries en esos niños?

9) Sobre la hipotenusa AB de un triángulo ABC se construye un segundo triángulo rectángulo ABD con hipotenusa AB.

Considerando las medidas de los lados $BC = 1$, $AC = b$ y $AD = 2$, ¿qué expresión algebraica representará la medida del lado BD?

10) Dada la ecuación $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$, se pide hallar el conjunto solución.

11) ¿Qué números reales satisfacen la ecuación $|x|^2 + |x| - 6 = 0$?, ¿y la ecuación $|x|^3 + x = 0$?

Respuestas:

1) -2, 0, 2 y 4

2) $a = b$ o $a + b = 2$, con a y b distintos de 1

3) Aproximadamente 10 minutos

4) No es correcto, serían 21.228.480

5) 173 y 184

6) $(-3, -3/2) \cup (1, 3)$

7) $m = 2$ y $t = -2$, $C_0 = \{0\}$, $g(x) = (-2/3)x$

8) 1,61

9) $\sqrt{b^2 - 3}$

10) $S = \{1, 2\}$

11) 2 y -2; 0 y -1