Primer Nivel Primera Comunicación

Nos volvemos a encontrar y nos gustaría alentarlos a participar en el desafío de resolver problemas.

Sabemos que a lo largo de la historia de la civilización resolver situaciones problemáticas siempre trajo aparejado muchos avances en las distintas áreas de conocimiento, en particular de las ciencias y particularísimamente de la Matemática. Muchas veces pasa desapercibido el enorme progreso del pensamiento que significa enfrentar una situación nueva, desconocida y provocadora. Pero no hay nada más gratificante que encontrar las respuestas a los enigmas que nos aquejan, aunque el camino utilizado para llegar a ellas sea complicado y lleno de tropiezos. Pero, llegar a esas respuestas que nos satisfacen encierra una riqueza tal vez imposible de recrear si nos dan todo el material ya masticado, digerido, servido en bandeja y algunas veces súper adornado. *"(…) la posibilidad de involucrarse en la* ***resolución de problemas*** *matemáticos ubica a quien la emprende en una situación de búsqueda, de exploración, que genera confianza en las propias capacidades para enfrentar situaciones desconocidas y encontrar respuestas. Favorece la capacidad de internarse en un pensamiento heurístico que evalúa alternativas, que no siempre conduce de una vez a respuestas satisfactorias pero que permite analizar la razonabilidad de las respuestas obtenidas. Así, la práctica matemática de los estudiantes debiera sostener un tipo de trabajo con problemas que los prepare para ocuparse de ellos de forma autónoma y que les permita tomar decisiones y sostenerlas con argumentos válidos" (Chemello, 2018).*

Es bien sabido que cuando los matemáticos logran desentrañar algún misterio no caben de satisfacción en sus cuerpos y rebosan de alegría.

Lo mismo nos pasa a los profes cuando sentimos que nuestros estudiantes disfrutan de nuestras clases, la pasan bien y sienten que pueden abordar los problemas que les planteemos "sin morir en el intento". Ni decir si esos estudiantes descubren mediante la resolución de problemas ese mundo nuevo que les tocará vivir ya sea como jóvenes o como adultos y perciben que la Matemática no es un área para elegidos sino un campo propicio para los audaces.

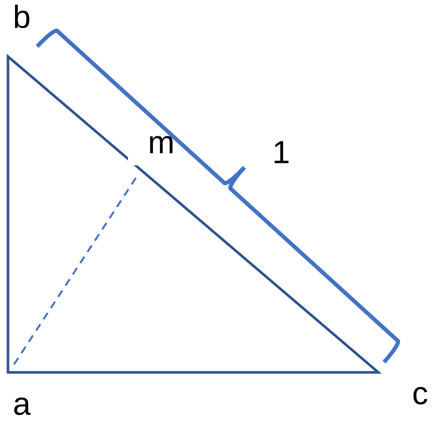
Ahora, como siempre les proponemos resolver los siguientes problemas y los invitamos a revisar la resolución del primer problema del examen del nivel de 2022:

1) Solución del problema 1 del Primer Nivel- Olimpíadas 2022

Problema 1.

Al trazar la altura correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, queda dividido en dos triángulos, uno de los cuales tiene el triple de área que el otro. Si la hipotenusa del triángulo original mide 1, ¿Cuánto miden sus catetos?

Realizamos una figura de análisis



$$\overline{bm} + \overline{mc} = 1$$

Sabemos también que

$$Sup\ triang\ \widehat{amc} \ = \ 3. Sup\ trian\ \widehat{abm}$$

$$\frac{\overline{mc}.\cancel{\overline{am}}}{\cancel{2}} = 3.\frac{\overline{bm}.\cancel{\overline{am}}}{\cancel{2}}$$

$$\overline{mc} = 3\ \overline{bm}$$

Como $\overline{bm} + \overline{mc} = 1 \ \Longrightarrow \overline{mc} = 1 - \overline{bm}$, reemplazamos

$$1 - \overline{bm} = 3.\overline{bm} \ \Rightarrow 1 = 4\overline{bm} \ \Rightarrow \overline{bm} = \tfrac{1}{4}$$

Como la hipotenusa es 1, por dato, entonces es fácil encontrar que:

$\overline{bm} = 0.25\ y\ \overline{mc} = 0.75$

$En\ triang\ \widehat{abm}$: $\overline{bm}^2 + \overline{am}^2 = \overline{ab}^2 \rightarrow \overline{am}^2 = \overline{ab}^2 - \overline{bm}^2$ (1)

$En\ triang\ \widehat{amc}$: $\overline{mc}^2 + \overline{am}^2 = \overline{ac}^2 \rightarrow \overline{am}^2 = \overline{ac}^2 - \overline{mc}^2$ **(2)**

Igualando las expresiones (1) y (2)

$$\overline{ab}^2 - \overline{bm}^2 = \overline{ac}^2 - \overline{mc}^2$$

$$\overline{ab}^2 - 0.25^2 = \overline{ac}^2 - 0.75^2$$

$$(1 - \overline{ac}^2) - 0,0625 = \overline{ac}^2 - 0,5625$$

$$1 - 0,0625 + 0,5625 = 2.\overline{ac}^2$$

$$\frac{1,5}{2} = \overline{ac}^2 \ \Rightarrow \sqrt{0,75} = \overline{ac} \Longrightarrow \boxed{0,87 \cong \overline{ac}}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo abc:

$$\overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 = 1 \ \Rightarrow \overline{ab}^2 = 1 - \overline{ac}^2$$

$$\overline{ab}^2 = 1 - 0,75 \Rightarrow \boxed{\overline{ab} = 0,5}$$

2) Dos lingotes de oro tienen un 72% y un 90% de pureza. ¿Qué cantidad habrá que tomar del primer lingote para realizar una aleación con 400g gramos del segundo y obtener una aleación con el 85% de pureza?

3) A María Laura le contaron que todos los números capicúas de 4 y 6 cifras son múltiplos de once. ¿Será cierto? Para convencerla le mostraron un ejemplo: el número 2332 al dividirlo por 11 da el cociente exacto 212. Ella se quedó asombradísima y quiso demostrar eso mismo, pero para todos los capicúas de esas características, y la demostración no le sale. Nos comprometimos a colaborar con ella, ¿nos ayudás?

4) Se sabe que la velocidad de la luz es de 3.10^5km/s, mientras que la velocidad del viento solar es $1{,}6.10^6$km/h, ¿Qué velocidad tendrá la suma de ambas velocidades? ¿Cuál será el número que representa el producto de los valores numéricos de esas dos velocidades?

5) En un laboratorio que produce perfumes se mezclan 5dl de esencia de limón con 120cl de agua de lavanda. El perfume resultante tiene un costo de $6200. Si se mezclan 1dl de cada producto el costo baja a un total de $750. ¿Cuál será el costo de cada litro de esencia y agua de lavanda?

6) Desde el 01 de abril de 2016 en la República Argentina el patentamiento de los autos se estableció que debía conformarse de la siguiente manera: dos letras del alfabeto español (sin la letra ñ) seguido de tres cifras decimales y a continuación otras dos letras del alfabeto. Eso fue consensuado con los países integrantes del Mercosur y permitiría a la Argentina tener cubierto su parque automotor por bastante tiempo sin la necesidad de comenzar a repetir combinaciones. Con esta forma de identificar a los automóviles, ¿cuántas combinaciones se podrán realizar? Brasil, que tiene un número mayor de habitantes que la Argentina y se supone que su parque automotor también es más grande, decidió esta forma para conformar sus patentes: tres letras del alfabeto, una cifra decimal, una letra y dos cifras decimales, ¿el número de combinaciones será realmente más grande que el de las patentes argentinas?

7) Diego y Gabriel quieren construir un barrilete con forma de romboide ya que cuentan con dos varillas de 1m y 80cm, respectivamente. Encuentran que una buena forma sería cruzar y atar las varillas a 20cm de uno de los extremos de la varilla más larga. Luego los vértices los van a unir con hilo de barrilete. ¿Cuántos metros de hilo necesitarán, como mínimo, para unir esos extremos? ¿Cuántos metros cuadrados de papel, al menos, necesitarán para cubrir el barrilete? Si ellos disponen de la mitad de esa cantidad de papel, ¿qué medidas debería tener un nuevo barrilete semejante al anterior para que lo puedan construir?

8) Las diagonales de un trapecio rectángulo miden 16cm y 20cm, respectivamente y su base mayor 15cm. ¿Cuál será el área total del trapecio? ¿Cuánto medirá la base media?, ¿Cuál es su perímetro?

9) La empresa Papelandia debe realizar un trabajo de publicidad de 2000 folletos cuadrados de lado 8cm. Para ello dispone de hojas rectangulares de dos tamaños distintos. Las hojas A miden 22cm y 34cm por cada lado y las hojas B miden 21cm y 28cm por cada lado. Para armar los folletos debe hacer los cortes correspondientes sobre esas hojas. ¿Cuál de los dos tipos de hojas le convendrá utilizar para desperdiciar la menor cantidad de papel? ¿Qué porcentaje de papel desperdiciaría usando cada tipo de hoja?

10) Analicen la validez de las siguientes afirmaciones, justificando las respuestas:

a) El dominio de la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ es el conjunto de números reales.

b) La gráfica de la función $g(x) = \frac{2x}{x-1} - 2$ nunca interseca al eje x.

c) El valor de k que determina que la función $h(x) = kx^2 + 5kx - 1$ tenga imagen 7 para $x = 1$, es 2.

d) La función $y = sen(3x)$ es periódica de período π.

11) El número de latas de gaseosa vendidas a través de una máquina expendedora se registra mediante la siguiente tabla:

Intervalo horario	07-08	08-09	09-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
Número de latas vendidas	0	8	15	20	24	30	45	34	40	32	25	15

A partir de la tabla, se pide analizar: a) ¿cuál es el intervalo de mayor consumo?, b) ¿cuál es el mayor número de latas vendidas en solo una hora?, c) ¿qué intervalo de dos horas consecutivas tuvo el mayor consumo?, d) ¿cuántas latas se han consumido hasta las 12hs?, e) si la capacidad de la máquina es de 100 latas, ¿en qué momento habrán tenido que reponer las latas?, f) ¿Cuál es el promedio de latas vendidas en el total de ese día (el día de venta de las latas se considera de 07hs a 19hs)?

Respuestas:

2) 153,85 gr aproximadamente

3) Es cierto, se debe trabajar con expresiones polinómicas en la base decimal

4) $1{,}6\ 10^6$km/h → $4{,}44.10^2$km/s Luego $(3.10^5 + 4{,}44{,}10^2)$ km/s = $3{,}00444.10^5$km/s

$(3.10^5.\ \ 4{,}44{,}10^2) = 1{,}332.10^8$

5) Esencia \$4000, Lavanda \$3500 por litro

6) 456976000. En ambos casos da el mismo número

7) Al menos 268,33 cm de hilo. Al menos 4000 m^{2l} de papel. Las varillas deberían ser de 71,71cm y 56,56cm aproximadamente para el romboide semejante,

8) $158{,}75cm^2$, 12cm, 51,75cm

9) Si usa las hojas A 31,55% de desperdicio, si usa las hojas B 34,69% de desperdicio. Le conviene las hojas A.

10) a) Verdadero, b) Verdadero, c) Falso, es k = 4/3 , d) Falso, el período es (2/3) Pi

11) a) 13 a 14 horas b) 45, c) de 13 a 15, d) 67, e) entre las 13 y las 14, f) 24