

Segundo Nivel – Olimpíadas 13° - 2022 – Primer contacto

Volvemos a encontrarnos después del intervalo forzoso al que nos obligó la pandemia del COVID. Estamos viviendo en esos tiempos en que todo parece acelerarse y muchas de las cosas que parecían altamente improbables, igualmente se producen. Es como decían las abuelas, hay etapas en las que no pasa nada y otros momentos en que se pisotean entre sí los distintos acontecimientos. Evidentemente, uno de los hechos más notables fue la virtualización de la educación y el uso de la tecnología, que aseguran los especialistas, vino para quedarse.

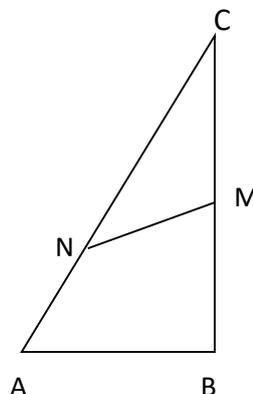
Es por ello que los invitamos a mirar hacia el futuro, con pensamientos positivos y esperanzadores, que revirtamos cualquier situación de anomia y busquemos en la resolución de problemas una fuente de energía que se puede tornar poderosa y eficiente. En esta etapa que nos toca transitar “Se abre la posibilidad de alterar, interpelar a la didáctica clásica, planteando una nueva relación pedagógica, diseñando propuestas adaptadas a la realidad, a cada alumno, alumna, sus realidades, sus contextos, posibilidades” (Maggio, 2021)

Haber vuelto a la presencialidad nos permite, otra vez, establecer lazos más sólidos entre docentes, estudiantes y conocimientos. Y la resolución de problemas, en este caso matemáticos, puede constituirse en un excelente productor y vehiculizador de energía, energía necesaria para seguir creando y transformando el mundo que nos rodea. Apostamos a ello y para que se convierta en un hecho real los invitamos a participar en esta nueva edición de las Olimpíadas con tanta o más fuerza que en las anteriores.

Y como la excusa es justamente la resolución de problemas, acá les ofrecemos una muestra de ellos para que vayan practicando.

1) Dado el triángulo rectángulo ABC, el cateto AB mide $\sqrt{33}$, el cateto BC mide $4\sqrt{3}$. M es el punto medio del cateto BC. Sobre la hipotenusa, el punto N está ubicado de manera que AN mide 3. Hallar la medida del segmento NM.

(Tomado en el Olimpíada 2019)



2) La edad promedio entre Martín, Carolina y Lucía es 12 años. Martín es el mayor y le lleva 7 años a Lucía, que es la menor. Si les informan que la edad de Martín es la única que es un número par, ¿cuál será la edad de cada uno?

3) Sean las funciones $f(x) = x^3 - 4x$ y $g(x) = 3x + 6$, determinen el subconjunto de números reales que satisface la siguiente condición: $\frac{f(x)}{g(x)} < 1$.

4) La empresa MASCAFÉ alquila un galpón en la ciudad de Lomas de Zamora en donde fabrica y comercializa cafeteras eléctricas. Debe abonar el alquiler del local, pagar varios impuestos y hacer frente a otros gastos que no dependen de la producción, lo que implica un gasto fijo mensual de \$190000. Está dudando sobre si fabricar y vender las cafeteras es buen negocio ya que, si las fabrica, cada una tendría un costo de \$ 3.500 y, si vendiera 10 cafeteras, su ingreso sería de \$70.000. Suponiendo que todas las funciones responden a expresiones lineales, indiquen qué cantidad de cafeteras eléctricas debería fabricar y vender si pretende tener mínimamente una ganancia mensual de \$150000.

5) Dada la función $f(x) = 2 \cdot 2^{x+2} + 4$, hallen el dominio de definición de cada una de las siguientes funciones:

a) $g(x) = \sqrt{f(x) - 12}$ b) $h(x) = \log_2[f(x) - 10]$

6) La función de demanda para cierto producto está dada por la siguiente ecuación: $p = D(x) = \frac{2a}{2x+2}$, mientras que su correspondiente función de oferta se expresa por: $p = O(x) = 20x + 760$, en las cuales x representa la cantidad demandada u ofertada y p el precio unitario.

Si para un precio unitario de \$1000, la cantidad demandada y ofertada coinciden, entonces el comerciante desearía conocer:

- a) cuál sería la cantidad demandada para un precio unitario de \$1.300.
- b) Teniendo en cuenta la cantidad hallada para este último precio unitario ¿cuál sería el ingreso total obtenido por el comerciante si vendiera todos esos artículos?

7) Se sabe que 6 tornillos y 2 clavos pesan lo mismo que 20 arandelas. Por otro lado, 2 tornillos y 12 arandelas pesan lo mismo que 2 clavos. Si todos los clavos son iguales y todas las arandelas y tornillos también lo son, ¿cuántas arandelas pesan lo mismo que 10 clavos? ¿cuántos tornillos pesan lo mismo que 12 arandelas?

8) Próximamente se lanzarán al mercado nuevos productos tecnológicos. La empresa que los comercializará realizó una encuesta obteniendo los siguientes resultados:

La probabilidad que sea elegido el producto A es 0,6, mientras que la probabilidad que sea elegido el producto B, pero no el A, es 0,2. Se sabe también que la probabilidad de que los productos A y B sean elegidos de manera simultánea es 0,3.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea elegido el producto A, pero no el B?

b) ¿Cuál es la probabilidad que sea elegido otro producto que no sea ni A ni B?

9) a) ¿Qué valor tiene que tomar k para que las rectas M y R resulten perpendiculares?

$$M: \frac{x}{27} - \frac{y}{9} = 1 \qquad R: y - 1 = (-k + 1)x$$

b) Hallen la ecuación de otra recta T que resulte paralela al eje de ordenadas y que pase por el punto de intersección de M y R.

10) Un grupo de científicos está estudiando el crecimiento de ciertas bacterias. Ese crecimiento responde a un modelo exponencial. Ayer a las 7 de la mañana se registraron 200 bacterias y 12.800 después de una hora y media.

Otro cultivo, que crece según la ley $g(x) = ka^x + 25.600$ (con x medido en horas) presentaba 25.700 bacterias también ayer a las 7 de la mañana y 32.000, a las 8 y media de la mañana.

Determinen, si es posible, el momento del día en el cual las dos poblaciones presentaban la misma cantidad de bacterias.

11) Hallen todos los números naturales de 5 cifras que cumplan con las siguientes dos condiciones: el producto de dos dígitos consecutivos, cualesquiera, siempre da un mismo número y, además, la suma de todos sus dígitos es 19.

Respuestas:

1) 4 (aproximadamente)

2) 16,11, 9 años

3) el intervalo (-1,3)

4) 98 cafeteras o más

5) a) $x \geq 0$ b) $x > -2 + \log_2 3$ o bien $x > -3 + \log_2 6$

6) 9 y \$11.700

7) 70 arandelas, 12 tornillos

8) 0,3 y 0,2

9) $k = 4$, $x = 3$

10) **A** las 9 de la mañana de ayer.

11) 18181, 35353, 52525