

Primera Entrega Segundo Nivel 2019

Otra vez estamos poniéndonos en contacto con ustedes para invitarlos a una nueva edición de las Olimpiadas de Matemática.

Como en las anteriores oportunidades queremos destacar la importante labor que realizan los docentes preparando y alentando a sus estudiantes y, también, la invaluable participación de dichos estudiantes, ya que sin ellos la tarea no estaría completa.

Como siempre la propuesta es poder resolver problemas que produzcan motivación y desafíos lo suficientemente adecuados como para que quienes están interesados en abordarlos sientan que su tiempo ha sido valorado a través de poder aprender algo nuevo y que podrá ser utilizado en algún otro momento.

Como dice Patricia Sadovsky (2005): “Si analizamos en profundidad seguramente encontraremos que algunos problemas “abiertos” –esos que requieren tomar muchas decisiones y que generan un gran nivel de incertidumbre-, nos dejaron una huella importante porque nos permitieron acceder a una idea más o menos general mientras que otros pudieron haber sido buenas experiencias”. Siempre es posible poder rescatar y valorar las experiencias realizadas, asumir una posición crítica y aproximar respuestas a distintas cuestiones de la vida cotidiana.

Queremos invitar a todos los docentes a participar del Taller que realizaremos el miércoles 26 de junio a las 18,30 en la sede la Facultad, Acevedo 201, Lomas de Zamora.

Ahora les proponemos los siguientes problemas:

1) Un decorador de interiores decide comprar una determinada cantidad de lámparas LED con una cierta suma de dinero. Luego de realizar algunos cálculos, llega a la siguiente conclusión: si cada lámpara costara \$10 menos, podrá comprar 60 lámparas más y si cada lámpara costara \$4 más, podrá comprar 20 lámparas menos. ¿De cuánto dinero dispone para comprar las lámparas? (Tomado en la categoría examen individual 2018)

2) La profesora de matemática les planteó a sus alumnos la siguiente situación:

“Hallar la fórmula de una función $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ sabiendo que, su ordenada al origen es -4, la recta $y = 3$ es asíntota horizontal y la recta $x = -2$ es asíntota vertical. Claudia afirma que con esos datos es imposible encontrar la fórmula. ¿Estará en lo cierto?

3) Julián el ferretero de la vuelta de casa, tiene que encontrar, en el sótano de su local, una lámpara entre 100, donde algunas de ellas son de Led, otras de bajo consumo y también algunas con luz blanca y otras con luz cálida.

Se le complica un poco la búsqueda porque todas las lámparas están guardadas en cajas iguales. Sabe que 40 son de Led y luz blanca, 20 son de Led, pero de luz cálida, 30 son de luz blanca y de bajo consumo y 10 son lámparas de luz cálida y de bajo consumo.

Si Julián toma una lámpara al azar y comprueba que es de Led, ¿cuál será la probabilidad de que sea de luz cálida?

4) Un grupo de científicos estudió la cantidad de árboles jóvenes existentes en un bosque del norte de nuestro país; notaron con preocupación que la misma decrecía con el tiempo debido a una tala indiscriminada. Llegaron a la conclusión que, la ecuación que mide la cantidad C de árboles jóvenes a medida que

transcurre el tiempo t , medido en años, es: $C(t) = 500 \cdot e^{-0,04 t}$

Si la investigación se realizó a comienzos de 2016, queremos:

a) Calcular, aproximadamente, la cantidad de árboles jóvenes presentes en ese momento. b) Calcular la cantidad que se espera que haya a comienzos del año 2020. c) Estimar para qué año, a partir del 2016, se espera que la cantidad de árboles jóvenes se haya reducido a la mitad.

5) Una empresa determinó que sus ingresos totales vienen dados por la función

$I_{(q)} = 8q + q^2$ y que los correspondientes costos totales se expresan por la función

$C(q) = 8 + 6q + q^2$ (ambas en miles de \$).

Sabiendo que la venta de q unidades produce un ingreso de \$ 1.140.000 ¿se podrá determinar el beneficio que produce dicha venta? En tal caso, ¿cuál será?

6) Los lados de un triángulo miden 20 cm, 18 cm y 11 cm respectivamente. Si se resta una misma cantidad a los tres lados, obtenemos un triángulo rectángulo. ¿Cuál será el perímetro y la superficie del triángulo obtenido?

7) La empresa de transportes BUENOS AIRES dispone de una flota de 40 camiones de tres modelos diferentes. Los mayores transportan una media diaria de 10.000 kg. y recorren diariamente una media de 400 kilómetros. Los medianos transportan diariamente una media de 8.000 kilogramos y recorren 300 kilómetros. Los pequeños transportan diariamente 400 kilogramos y recorren 100 km. de media. Diariamente los camiones de la empresa transportan un total de 178 toneladas y recorren 8.500 km. entre todos. ¿De cuántos camiones de cada modelo dispone la empresa?

8) Hoy la tarea para los chicos de 6ºA es sobre funciones trigonométricas. La profe propuso, a partir de la función $f(x) = 4 \sin(4x)$, responder con verdadero o falso cada una de las afirmaciones siguientes:

a) El conjunto imagen es $\{y \mid -4 < y < 4\}$

b) El período de la función es $\frac{\pi}{2}$

c) $f\left(\frac{\pi}{16}\right) = \sqrt{2}$

d) $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ es un máximo de la función

Ayudemos a los chicos que están muy preocupados porque no les “sale” la tarea y encima se la pasan pensando en el viaje a Bariloche.

9) Dos tratamientos A y B curan una determinada enfermedad en un 35% y en un 30% de los casos, respectivamente. Suponiendo que ambos actúan de modo independiente, si se aplicaran ambos tratamientos a la vez ¿en qué porcentaje de los casos se estima que curarían la enfermedad?

10) Un túnel tiene forma parabólica, dada por la función $f(x) = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}x$

a) ¿Cuál es el ancho del túnel? ¿y su altura máxima?

b) ¿Podrá pasar por el túnel un camión de 2,5 metros de ancho y 3,5 metros de alto que lleva en su caja un tractor de 2,5 metros de alto?, ¿el conductor deberá tener cierta precaución?

11) La profesora de Matemática les pidió a sus estudiantes que trataran de responder, justificadamente, cuántos planos se pueden determinar con 4 puntos no alineados, en el espacio. ¿Cuál será la respuesta?, ¿por qué? Y ¿si fueran 5 los puntos no alineados?

12) ¿Cuál debería ser la cantidad de solución, que contiene 0,5% de azufre, que se debe agregar a 100 litros de una solución que contiene 0,8% de azufre para lograr, finalmente, una solución que contenga 0,6% de azufre?

13) Con 12 latas que contienen 0,5 kg de pintura, cada una, se ha pintado una reja de 90m de largo y 80cm de altura. Suponiendo que el rendimiento de pintura fuera el mismo, ¿cuántas latas de pintura de 2 kg, cada una, se necesitarían para pintar una reja similar a la anterior de 200m de largo y 102cm de altura, en las mismas condiciones de la situación anterior?

14) Se sabe que una función polinómica de tercer grado de coeficientes enteros corta al eje y en -8, que contiene a los puntos (1,-2) y (2,16) y que el coeficiente cuadrático es igual a 0, ¿cuál será la expresión analítica de dicha función?, ¿tendrá máximo?

15) La siguiente lista de números enteros sigue una cierta secuencia: 42; 14; 35; 21; 28; 28. Se pide determinar: a) los próximos seis números de la secuencia, b) ¿cuántos números de la secuencia habrá que sumar, en total, para obtener el número 504?, c) ¿cuántos, de los 60 primeros números, serán múltiplos de 7 y 8 de manera simultánea? ¿Qué lugares ocupan esos números en la secuencia?

Respuestas:

1) \$33600

2) $f(x) = (3x - 8)/(x + 2)$

3) $1/3$

4) a) 500 b) 426 Aproximadamente c) Entre 17 y 18 años

5) \$52000

6) Perímetro = 40 cm, Superficie = 60 cm²

7) 5, 15 y 20

8) Falso, Verdadero, Falso, Falso

9) 54,5%

10) a) 12 m y 8 m b) Siempre que tome precauciones para que dé el alto considerando la carga que lleva.

11) 4 planos y 10 planos, respectivamente.

12) 200 litros

13) 8,5 latas

14) $y = 2x^3 + 4x - 8$

15) a) 21, 35, 14, 42, 7, 49 b) 18 números c) Múltiplos de 56: 0, -56, -112 ocupan los lugares 13, 29 y 45; 56, 112 y 168 ocupan los lugares 14, 30, 46