Entrenamiento grupal – Tercera Entrega

Les proponemos un nuevo desafío para trabajar en grupo. Analicen cada una de las soluciones presentadas, busquen errores, justifiquen los pasos realizados correctamente con la propiedad correspondiente. Tengan en cuenta que no necesariamente una de las tres soluciones es la correcta. ¡¡¡Éxitos en la tarea!!!

Enunciado del problema:

Se dispone de una fila de 2018 casillas, numeradas consecutivamente de 0 a 2017. Inicialmente, hay una ficha colocada en la casilla 0. Dos jugadores A y B juegan alternativamente, empezando A de la siguiente manera: en su turno, cada jugador puede, o bien avanzar la ficha 53 casillas, o bien hacer retroceder la ficha 2 casillas, sin que en ningún caso se sobrepasen las casillas 0 ó 2017. Gana el jugador que coloque la ficha en la casilla 2017. ¿Cuál de ellos dispone de una estrategia ganadora, y cómo tendría que jugar para asegurarse ganar?

Solución 1

Vamos a probar que el jugador A tiene la estrategia ganadora. Comienza de la única forma posible: llevando la ficha hasta la casilla 53. A partir de ahí, durante 38 turnos por cada jugador, A hará lo contrario de B: si B avanza 53, A retrocede 2, y viceversa. De este modo, la ficha queda en la casilla $53 + 38\times51 = 1991$ y es turno de B. Los siguientes movimientos son obligatorios ya que no se puede avanzar: 7 turnos por cada jugador de restar. La ficha queda en la casilla $1991-14\times2 = 1963$ y es turno de B. Ahora:

1. Si B avanza 53, dejará la ficha en la casilla 2016 y tras 13 turnos por cada jugador, la ficha queda en la casilla $2016 - 26 \times 2 = 1964$ y A gana sumando 53.

2. Si B resta 2, dejará la ficha en la casilla 1961. Entonces, A avanza 53 para dejarla en 2014. Tras 12 turnos por cada jugador, la ficha queda en $2014 - 24 \times 2 = 1966$. Después, B está obligado a restar 2 hasta 1964 y, en su turno, A gana sumando 53.

Solución 2

Si llamamos **X** a la cantidad de turnos en donde se avanza 53 casillas e **Y** a la cantidad de turnos en donde se retrocede 2 casillas, a la cantidad total de movimientos se lo puede expresar como $53.X - 2.Y = 2017$.

Si consideramos la función en donde **Y** depende de **X**, se obtiene: $Y = \frac{-2017}{2} + \frac{53}{2}.X$.

Buscamos el par ordenado, en donde sus componentes, sean números naturales que indiquen la menor cantidad de movimientos posibles (teniendo en cuenta que ambas variables representan cantidad de turnos), encontramos el par (41 ; 78).

Suponemos que B tiene la estrategia ganadora. Comienza el jugador A de la única forma posible, avanzando hasta la casilla 53.

Restan 40 + 78 =118 turnos. A continuación el jugador B retrocede 2 casillas, buscando a lo largo de las sucesivas jugadas que los valores de **X** e **Y** queden empatados. A partir de allí el jugador B hará lo contrario al jugador A (si A avanza 53, B retrocede 2, y viceversa). Logrando de esta manera en el último movimiento avanzar a la casilla 2017.

Solución 3

El jugador A tiene la estrategia ganadora. Comienza avanzando hasta la casilla 53, luego el jugador B podrá avanzar 53 casillas o retroceder 2, pero A siempre avanzará 53 casillas.

El jugador A necesitará posicionarse en la casilla 1964 para poder hacer el único movimiento posible, avanzar 53 casillas y ganar el juego.

Durante la jugada pueden ocurrir dos situaciones extremas:

1. El jugador B, también avanzará siempre 53 casillas, por lo tanto $38 . 53 = 2014$.
   A partir de allí se realizan 25 turnos dobles forzados AB de restar
   $2014 - 25 . 2 = 1964$ y A gana sumando 53.

2. El jugador B siempre retrocede 2 casillas, por lo tanto $19 . 53 - 19 . 2 = 969$.

De esta manera queda determinado un intervalo entre las casillas 969 y 2014, que indica las diferentes posibles jugadas de B.

En cualquiera de las situaciones posibles, se continuará con el juego, donde A aplicará la misma estrategia de avanzar 53 casillas y posicionarse en la número 1964 para poder avanzar y ganar el juego.