

Segundo Nivel Primera Comunicación

Otra vez nos encontramos en este espacio para ir comunicándonos a lo largo del año.

Nuestra intención es invitar tanto a los estudiantes como a los docentes a participar de esta nueva edición de las Olimpiadas para que puedan desarrollar todo su potencial y capacidad de trabajo y creatividad.

Todo ello por medio de la resolución de problemas, campo especialmente diseñado para poder poner en juego lo que los especialistas en el tema llaman proceso de “análisis coherente”, es decir, poner en orden las ideas, relacionar conceptos de forma lógica y organizada, expresar esas ideas en el lenguaje adecuado y someter los resultados a prueba, para verificar su fiabilidad.

Evidentemente, a través del pensamiento analítico los seres humanos somos capaces de desarrollar la capacidad investigativa, de establecer relaciones entre los distintos hechos, fenómenos y conceptos, para así entender el universo en que estamos inmersos y operar sobre él.

Como aseguran Díaz Godino, Batanero y Font (2003): “Uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados: a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional. b) Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

La formalización, precisión y ausencia de ambigüedad del conocimiento matemático debe ser la fase final de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla”

Ahora, manos a la obra con los problemas de práctica:

1) La fórmula de demanda de un producto está dada por la ecuación $p = D(x) = \frac{a}{x+1}$ y su correspondiente fórmula de oferta por la función $p = O(x) = 3x + 90$ (donde p representa el precio unitario y x la cantidad demandada u ofertada). Si para un precio unitario de \$120 la cantidad demandada y ofertada coinciden, el comerciante necesitaría conocer la cantidad demandada para un precio unitario de \$60, ¿cuál será esa cantidad? (Tomado en la categoría examen individual 2017)

2) Susana está realizando la tarea de Matemática, pero la siguiente situación problemática “no le sale”. ¿Podrán ayudarla? Para ello deberían determinar todos los valores reales de a , de la ecuación $f(x) = \log_{1-a}(2x^2 - 1) = 2$, sabiendo que 5 es una solución de la misma. Si encuentran el o los valores de a , ayúdenla, también, a resolver la ecuación.

3) De todos los puntos que están a igual distancia de $A=(-1;1)$ y $B=(3;5)$, ¿cuál es el que tiene sus dos coordenadas iguales? ¿Cuál es esa distancia?

4) ¿Cuántos números de tres cifras menores que 800 se podrán formar con los dígitos 1,2,4,6,7,8,9? ¿Cuántos de esos serán pares?

5) La gráfica de la función $f(x) = \log_b(x+a)+k$, corta al eje de las abscisas en el punto $(4;0)$; su dominio es el conjunto $(-4,+\infty)$ y el punto $(12;1)$, pertenece a su gráfica. Es necesario determinar una función polinómica de grado uno que corte a los ejes cartesianos en los mismos puntos que lo hace $f(x)$.

6) Sabiendo que $f(x)$ es una función polinómica de grado 6 que cumple con las siguientes condiciones: $f(6) = 555$, $f(2) = -45$, $f(4) = 51$, $f(0) = 75$, sus únicas raíces reales son 1, 3, y 5 y las otras raíces son complejas conjugadas ¿será posible determinar el o los intervalos en donde $f(x)$ es negativa? ¿y cuál será su expresión analítica? Esa expresión ¿será única?

7) Sobre cada lado de un cuadrado de 4 cm de lado se construye otro cuadrado que tendrá por vértices los puntos medios de sus lados; luego se construirá otro que tendrá como vértices los puntos medios de los lados del cuadrado obtenido y así sucesivamente. Se pide: a) armar la sucesión de las longitudes de los lados de los cuadrados, b) si llamamos “primero” al cuadrado de lado 4, ¿qué medida tendrán los lados del cuadrado que se obtiene al repetir por undécima vez el procedimiento indicado?, c) hallar, si es posible, la suma de los perímetros de todos los cuadrados que podrían ser construidos.

8) Un grupo de defensores del medio ambiente han estimado que el nivel promedio de monóxido de carbono en el aire es de $M(m) = (1 + 0,6m)$ partes por millón, que se expresa como ppm, cuando el número de personas está expresado por m medido en miles. Si la población, en miles, en el momento t es $P(t) = 400 + 30t + 0,5t^2$, se pide: a) expresar el nivel de monóxido de carbono en el aire en función del tiempo, b) calcular el nivel de monóxido de carbono cuando $t = 5$, c) determinar el rango de valores que puede tomar t y analizar el comportamiento de la función que representa al nivel de monóxido de carbono a medida que aumenta el tiempo.

9) La descomposición de cierta materia orgánica responde a la expresión $C(t) = 5 - e^{0,03t}$, en donde C es la cantidad de materia medida en toneladas y t el tiempo expresado en días. Quisiéramos averiguar: ¿Qué tipo de curva representará esta situación?, ¿Cuántas toneladas de materia orgánica había al inicio del proceso?, ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que se haya

descompuesto la mitad de la materia orgánica? ¿En algún momento no quedará nada de materia orgánica, suponiendo que no se la repone?

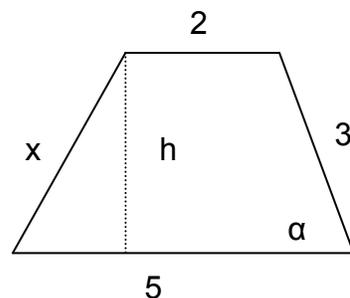
10) En un campo dos casas están separadas por un lago. Se necesita tender un cable que desde una de ellas llegue a la otra casa. Para calcular la longitud que debe tener dicho cable se contrata el servicio de un topógrafo. Como no se puede acceder linealmente de una casa a la otra, por la existencia del lago, este especialista decide tomar un punto accesible como referencia para hacer las mediciones correspondientes. Resulta que ese punto se encuentra a 15,23m de una de las casas y a 21,32m de la otra, mientras que el ángulo que forman las “líneas rectas” que representan esas dos distancias, en la posición del topógrafo, es de 70° . ¿Cuál será la longitud del cable que unirá las dos casas?

11) Se sabe que dos números naturales, a y b , cumplen con las siguientes condiciones: su suma es 144 y el múltiplo común mínimo entre ellos es 420.

¿Cuáles serán esos números? ¿La solución es única?

12) En una clase de 10 alumnos se reparten 3 premios. ¿De cuántas maneras distintas se podrán repartir esos premios en las siguientes condiciones?: a) cada estudiante no puede recibir más de un premio, b) cada estudiante puede recibir hasta dos premios, c) cada estudiante puede recibir más de un premio.

13) En el trapecio de la figura, al hacer variar el ángulo α , la altura h , el lado x el área y el perímetro, también varían. A partir de ello se necesita determinar: a) la medida de α para que el área del trapecio sea máxima, b) la medida de α para que el perímetro del trapecio sea máximo, c) la medida del lado x correspondiente a esos valores máximos.



14) Se sabe que dos números reales, x e y , cumplen con las siguientes condiciones: $x + y = 1$ y $x^2 + y^2 = 2$, ¿cuál será el valor de $x^3 + y^3$? , ¿y el valor de $x^4 + y^4$?

15) Los vértices de la base de un triángulo isósceles son los puntos $A = (-2;2)$ y $B = (4;2)$, a) ¿cuáles serán las coordenadas del vértice C que falta?, ¿será único?, b) ¿qué coordenadas tendrá el vértice C del triángulo si el perímetro es 24?

Respuestas:

1) la cantidad demandada es 21 unidades

2) $a = -6$, $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

3) $P = (2;2)$, la distancia es $\sqrt{10}$

4) 245, 140

5) $g(x) = 0,25x - 1$

6) El intervalo de negatividad es $(1,3)$, $f(x) = (x-1)(x-3)(x-5)^2(x^2+1)$ y la expresión es única.

7) a) $4, 2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 1$ b) $1/8$ c) $32 + 16\sqrt{2}$

8) a) $M(t) = 241 + 18t + 0,3t^2$, b) 338,5ppm, c) $t \geq 0$, a medida que pasa el tiempo hay más acumulación de monóxido de carbono ya que la función es creciente.

9) es una función exponencial, al inicio había 4 toneladas en el inicio, se reducirá a la mitad entre los días 36 y 37, y no quedará materia entre los días 53 y 54.

10) 21,55 metros (aproximadamente)

11) 84 y 60. Son únicos

12) a) 120 b) 210 c) 220

13) a) ángulo de 90° b) ángulo de 90° c) $3\sqrt{2}$

14) $5/2$ y $7/2$

15) Ese vértice no es único. Vale cualquier punto de la recta $x = 1$, excepto el punto $(1,2)$. b) $C_1 = (1, 2 + 6\sqrt{2})$ y $C_2 = (1, 2 - 6\sqrt{2})$